



ما مصمم هستیم تا کلیه آموخته هایمان را در اختیار دانشجویان و دانش پژوهان برجسته کشور قرار دهیم و معتقدیم که با این

عمل، در سازندگی های آتی که توسط شما توانمندان بوجود خواهد آمد شریک خواهیم بود.

شما نیز با بکارگیری علوم تان، ایران را سرفرازتر کنید

باتشکر فراوان از استاد بزرگوار جناب آقای دکتر حسونی زاده

مکانیک سیالات

توجه: به علت حجم سنگین فایل، مجبور به حذف برخی از اشکال شدیم

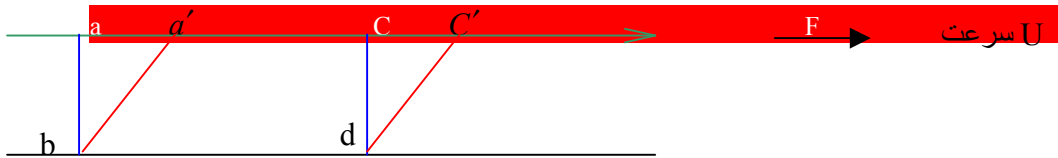
تعریف مکانیک سیالات: یک شاخه ای از علم مکانیک است که در مورد تعادل، خصوصیات و حرکت سیالات بحث کرده و یا آنها را مورد بررسی قرار می دهد.

تعریف سیال: سیال به ماده ای گفته میشود که با کوچکترین تنش وارده بر خود بیشترین تغییر وضعیت را از آن شاهد هستیم

تنش: نیروی وارده بر سطح را تنش گویند $(\tau = \frac{F}{A})$.

تغییر شکل زاویه ایی نتیجه حرکت یک لایه متحرک بر روی سیال میباشد و F نیرویی است که جهت حرکت دادن سطح متحرک،

وارد میگردد و سطح متحرک نیز با سرعت U حرکت میکند



در صورتی که یک سیال در دو صفحه فوق فرض گردد، وضعیت سیال در صورتی که صفحه بالا ثابت باشد در حالت $abcd$ میباشد و در صورتی که صفحه بالا با سرعت U و با نیروی F شروع به حرکت نماید، وضعیت سیال بصورت $ba'c'd$ خواهد شد. با

این آزمایش مشخص میگردد که $F \propto U$ و A و $\frac{1}{y}$ (نیروی با سرعت و سطح و همچنین با عکس ضخامت متناسب است).

ضریب لزجت مایع μ : ضریب لزجت یعنی سیالات هر چه قدر کشش ذرات شان به یکدیگر بیشتر باشد، برای حرکت نیاز به

تنش بیشتری دارند. مقدار چابچایی صورت گرفته به لزجت بستگی دارد. در اصل لزجت نیروی چسبندگی بین ذرات است.

$F = \mu \frac{AU}{y} \Rightarrow \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{y} \Rightarrow \tau = \mu \frac{U}{y}$. (این فرمول رابطه تنش برشی در سیالات میباشد.)

در حالت دیفرانسیلی میتوان از تغییرات سرعت بر تغییرات ضخامت استفاده نمود.

$\tau = \mu \frac{dU}{dy}$ (این فرمول به فرمول لزجت نیوتنی معروف است.)

برای پدست آوردن واحد μ از روش زیر استفاده میگردد:

$$\mu = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{U}{y}} = \frac{\frac{MLT^{-2}}{L^2}}{\frac{LT^{-1}}{L}} = \frac{MT^{-2}}{LT^{-1}} = ML^{-1}T^{-1} = \frac{M}{LT}$$

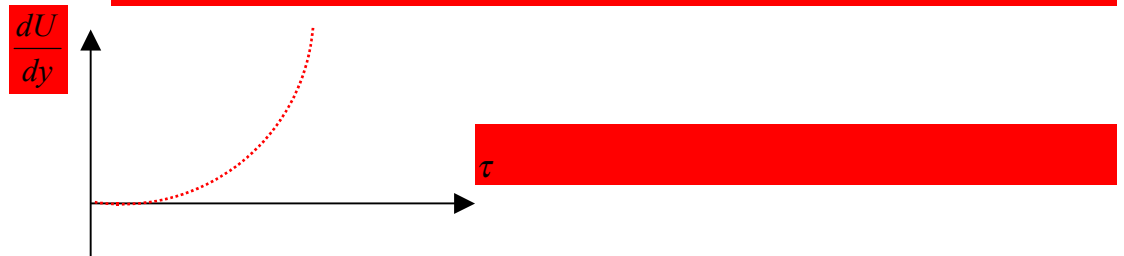
تعریف سیال ایده آل: سیال ایده آل به سیالی گفته میشود که μ آن صفر باشد. سیال ایده آل سیالی است که تراکم ناپذیر باشد و از آنجا که چغین سیالی وجود ندارد و چون آب تراکم پذیری بسیار کمی دارد لذا آب را جهت حل مسائل بعنوان یک سیال ایده آل می شناسیم.

سیالات نیوتنی: سیالاتی هستند که در مقابل هر مقدار اندازه تغییر زاویه ای، به همان نسبت میزان تنش افزایش یابد

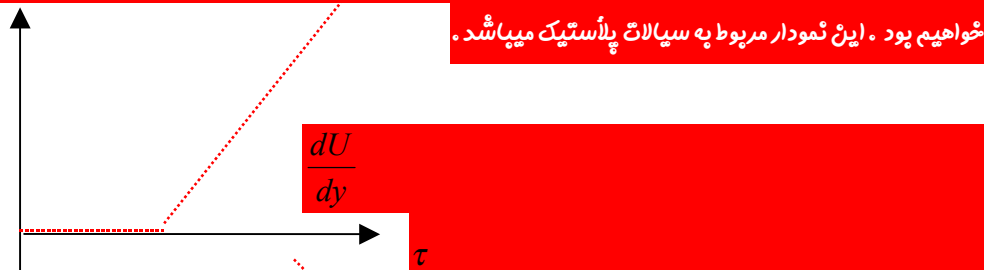
$$\frac{dU}{dy}$$

یعنی نمودار حاصله خطی باشد. (مانند آب).

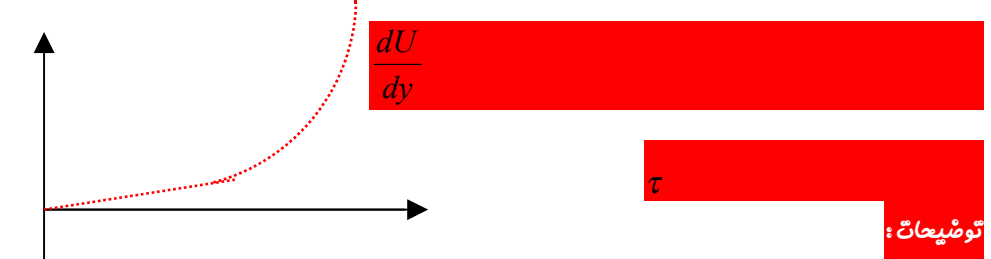
سیالاتی که تغییر شکل زاویه آنها در مقابل تنش آنها خطی نباشد غیر نیوتنی میباشند مانند سیالات سنت (قیح)



تعریف تنش تسلیم: پلاستیکها در اثر تنش، تا حدودی از خود مقاومت نشان میدهند ولی در صورتی که پیش از حد به آن تنش وارد شود، پلاستیک مقاومت خود را از دست داده، در مقابل تنش تسلیم شده و شاهد افزایش زاویه مطابق نمودار ذیل خواهیم بود. این نمودار مربوط به سیالات پلاستیک میباشد.



سیال دیگری هم وجود دارد بنام تریکسو تروپیک که نمودار آن چنین است



زمان، طول و جرم موارد اصلی و مورد بحث ما میباشد. در سیستم متریک واحد زمان = ثانیه و واحد طول = متر و واحد جرم = کیلوگرم میباشد. برای محاسبه واحد نیرو میتوان از این روش استفاده نمود

$$F = ma \rightarrow F = 1_{kg} \times \frac{1_m}{S^2} \Rightarrow F = \frac{Kgm}{S^2} = N$$

مثال: اگر نیروی ثقل (g) برابر 9/806 متر برمچدور ثانیه باشد و جرم (m) جسمی 1000 کیلوگرم باشد، نیروی وارده بر آن 806 N $\times 1000 = 9806$ خواهد بود. این محاسبه در سیستم SI انجام شده است.

مثال: اگر شتاب ثقل برابر با 9/806 باشد، چند فوت است؟

از آنجا که هر متر 3/27 فوت میباشد لذا $9/806 \times 3/27 = 32/066$ فوت برمچدور ثانیه.

نیروی	جرم	زمان	طول	سیستم
پوند	اسلاگ	ثانیه	فوت	انگلیسی
نیوتن	کیلوگرم	ثانیه	متر	SI

مثال: جسمی به جرم 2 Kg و وزن 19 Kgm/s^2 بر روی فنریک تراژو قرار گرفته است شتاب ثقل را حساب کنید

$$Kgm/s^2 = N \quad F = mg \Rightarrow 19 = 2g \Rightarrow \frac{19}{2} = g \Rightarrow g = 9.5 m/s^2$$

پیشوندهای انتخابی برای توانهای مرتبه 10 در سیستم SI

علامت اختصار	پیشوند	ضریب
G	Giga	10^9
M	Maga	10^6
K	kilo	10^3
C	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
μ میکرو	micro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	pico	10^{-12}

در محاسبات، لزوجت سینماتیکی مورد بحث میباشد و تعریف آن بشکل $\vartheta = \frac{\mu}{\rho}$ است. دیمانسیون آن نیز به روش زیر مورد محاسبه است.

$$\vartheta = \frac{\mu}{\rho} = \frac{ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-3}} = L^2T^{-1} = \frac{L^2}{T}$$

مثال: مایعی دارای لزوجت 0.005 pas و جرم واحد حجم (چگالی) 850 Kg/m^3 میباشد. مطلوب است لزوجت سینماتیکی در سیستم متریک.

$$(\mu = \text{میکرو}) \vartheta = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.005 pas}{850 Kg/m^3} = 5.882 \times 10^{-6} m^2/s = 5.88 \mu m^2/s$$

$$\vartheta = 5.88 \mu m^2/s = \frac{3.27^2}{m^2} ft^2 \frac{\mu ft^2}{s} = 63.7 \frac{\mu ft^2}{s}$$

پاسخ فوق در سیستم انگلیسی محاسبه گردد.

چگالی: (جرم واحد حجم): (نسبت جرم هر سیال به حجم آب)

$$\rho = \frac{m}{V} = ML^{-3} \quad \text{که دیمانسیون آن در SI } gr/cm^3, \quad SI \rightarrow Kg/m^3, \quad \text{و در سیستم انگلیسی } \frac{lb}{ft^3} \text{ (پوند}$$

بر فوت مکعب).

سوال: $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3 = ? \text{ gr/cm}^3$ در ضمن وزن را نیز حساب نمایید.

$$\frac{1000 \times 1000}{1000000} = \frac{1}{1} = 1 \text{ gr/cm}^3 \quad \text{و برای محاسبه وزن داریم}$$

$$W = mg = 1000 \times 9.806 = 9806 \text{ Kg m/s}^2 \quad \text{(توجه } Kg m/s^2 \text{ همان N است)}$$

$$V_s = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m} \quad \text{حجم مخصوص: (برعکس چگالی مخصوص میباشد)}$$

$$S = \frac{m}{m_w} = \frac{\rho}{\rho_w} = \frac{W}{W_w} \quad \text{چگالی نسبی:}$$

توجه: چگالی نسبی چپوه ۱۳/۶ میباشد کفایت آن را در وزن و یا جرم مخصوص آب ضرب کنیم تا چگالی وزن و یا جرم مخصوص

چپوه بدست آید.

فشار متوسط P: از تقسیم نیرو بر واحد سطح بدست می آید $P = \frac{F}{A}$ و دیمانسیون آن نیوتن بر متر مربع و یا پاسکال

$$P = \frac{F}{A} = \frac{N}{m^2} = pa \quad \text{میباشد}$$

$$\gamma = \rho g \quad \text{وزن مخصوص سیال } \gamma$$

ضریب کشسانی سیال: K

ملاک تراکم پذیری سیالات، ضریب کشسانی سیال است و برای آب $K = 2.2 \text{ Gpa}$ میباشد تراکم پذیری آب بسیار

پایین است و به همین دلیل نیاز به نیروی بسیار بالایی K دارد. حجمی از سیال V و تغییر فشار = dP و تغییر حجم = dV

$$K = \frac{dP}{\frac{dV}{V}} \quad \text{خواهد بود علامت منفی مربوط به کاهش حجم میباشد.}$$

سوال: فشاری مساوی ۱/۰ Mpa بر یک متر مکعب آب اثر میکند. در این صورت تغییرات حجم چقدر است؟

$$K = \frac{dP}{\frac{dV}{V}} \Rightarrow -dV = \frac{V \cdot dP}{K} = \frac{1m^3 \times 0.1 \times 10^6 \text{ pa}}{2.2 \times 10^9 \text{ pa}} = \frac{0.1}{2.2 \times 10^3} m^3 = \frac{0.1 \times 10^6}{2.2 \times 10^3} cm^3 = 45.5 cm^3$$

سوال: مایعی در داخل سیلندری متراکم شده است. حجم از یک لیتر به ۹۹۵ سانتیمتر مکعب و فشارش از یک مگاپاسکال به ۲

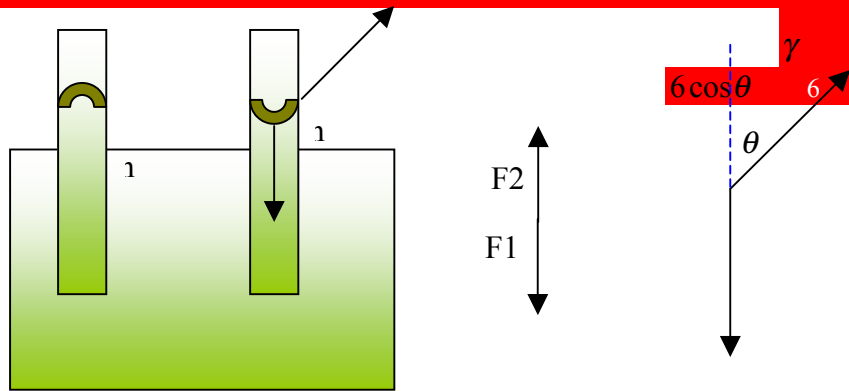
مگاپاسکال میرسد مطلوب است مقدار K

$$V_1 = 1 \text{ lit} = 1000 cm^3, \quad V_2 = 995 cm^3, \quad p_1 = 1 \text{ Mpa} = 10^6 \text{ pa}, \quad p_2 = 2 \text{ Mpa} = 2 \times 10^6 \text{ pa}$$

$$K = \frac{dP}{\frac{dV}{V}} \Rightarrow K = \frac{-(2-1)}{\frac{995-1000}{1000}} = 200 \text{ Mpa}$$

کشش سطحی؛ نیروی چاذبه بین مولکولی باعث ماندن سیال در حالت تعادل در یک سطح ثابت میگردد. اگر نیروی بین مولکولی به نحوی خنثی گردد، تبدیل به آب میشود.

کشش موئیگی: 6 اگر یک لوله با شعاع r در داخل سیال در حالت تعادل قرار گیرد مشاهده میگردد که برخی از سیالات بالابردی دیگر (نسبت به سطح ثابت سیال) پایین میروند. این ذرات تحت تاثیر دو نیرو قرار گرفته اند که در صورت غالب شدن هر کدام از نیروها بردیگری، عمل بالارفتن یا پایین آمدن سیال در لوله صورت میگیرد. در صورت غالب شدن نیروی کششی موئیگی لوله، (یعنی بیشتر بودن نیروی کششی لوله نسبت به نیروی کششی سیال) سیال بالا میرود و برعکس. برای مثال نیروی کششی چپوه از نیروی موئیگی لوله بیشتر است لذا چپوه در لوله به پایین میرود.



$$F1 = F2, \quad p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = pA, \quad pA = 6L, \quad \gamma h(\pi r^2) = 6 \cos \theta (2\pi r) \Rightarrow h = \frac{2(6 \cos \theta)}{\gamma r}$$

6 = کشش موئیگی و γ = وزن مخصوص سیال L = محیط دایره

در نتیجه میزان بالا یا پایین آمدن سیال در لوله از رابطه $h = \frac{2(6 \cos \theta)}{\gamma r}$ بدست می آید

ایستایی سیالات:

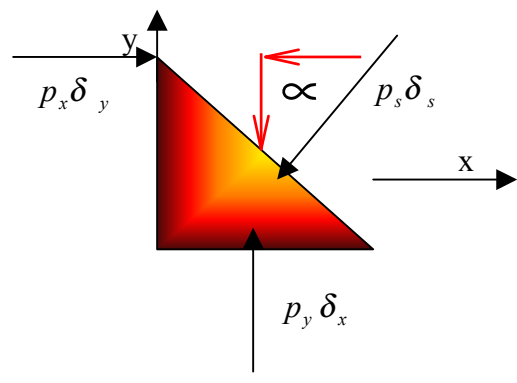
۱- مطالعه فشار و تغییرات داخلی یک سیال

۲- مطالعه فشار بر روی سطوح معین

توجه در بخش ایستایی سیال، تنش برشی صفر است.

فشار در یک نقطه: تعریف فشار همان نیروی عمود بر سطح است $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p.A$ و واحد آن $dp = \frac{dF}{dA}$

$p_s \delta_s$ = نیروی چانپی غیرمستقیم، $p_x \delta_y$ = نیروی افقی، $p_y \delta_x$ = نیروی عمودی



$$\rho = \frac{m}{V} \text{ و } m = \rho V \Rightarrow m = \rho AV = \rho \frac{\delta_x \delta_y}{2} \times 1 \text{ یاد آوری}$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow p_x \delta_y - p_s \delta_s \sin \alpha = \rho \frac{\delta_x \delta_y}{Z} a x = 0 \Rightarrow p_x \delta_y - p_s \delta_s \sin \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow p_y \delta_x - p_s \delta_s \cos \alpha - \gamma \frac{\delta_x \delta_y}{2} = \rho \frac{\delta_x \delta_y}{2} a y = 0$$

$$W = \gamma V = \gamma \frac{\delta_x \delta_y}{2} \text{ یاد آوری}$$

$$1) p_x \delta_y - p_s \delta_s \sin \alpha = 0 \quad , \quad 2) p_y \delta_x - p_s \delta_s \cos \alpha - \frac{\gamma \delta_x \delta_y}{2} = 0$$

اگر دو فرمول بالا به سمت صفر میل کنند آنگاه $\delta_s \sin \alpha = \delta_y$ و $\delta_s \cos \alpha = \delta_x$

$$1) \Rightarrow p_x \delta_y - p_s \delta_y = 0 \quad 2) \Rightarrow p_y \delta_x - p_s \delta_x - \frac{\gamma \delta_x \delta_y}{2} = 0$$

از آنجا که مقدار $\frac{\gamma \delta_x \delta_y}{2}$ بسیار ناچیز است لذا در محاسبات در نظر گرفته نمی‌شود و از فرمول کلی حذف می‌گردد در نتیجه

$$p_y \delta_x - p_s \delta_x = 0$$

طرفین رابطه ۱ را بر δ_y و طرفین رابطه ۲ را بر δ_x تقسیم می‌کنیم لذا خواهیم داشت

$$3) p_x - p_s = 0 \quad \text{و} \quad p_y - p_s = 0$$

$$p_x = p_s \quad \text{و} \quad p_y = p_s \quad \Rightarrow \quad p_x = p_y = p_s$$

از رابطه ۳ نتیجه می‌شود که فشار وارده بر هر ذره سیال در تمام جهات یکسان است.

معادلات اساسی ایستایی سیالات:

تغییرات فشار در داخل سیال: اگر سیال را ساکن در نظر بگیریم و جسمی در عمق (h_1) و جسمی دیگر، در عمق (h_2) و شناوری

دیگر در عمق (h_3) قرار داشته باشد، وضعیت فشار این اجسام در داخل سیال چگونه است؟

جهت پاسخ به سوال فوق و بدست آوردن رابطه علمی میبایست وضعیت یک جسم سه بعدی را در دستگاه مختصات بررسی

نماییم و ابعاد آن را δ_x ، δ_y و δ_z در نظر می‌گیریم. این جسم آزاد تحت تاثیر یک سری فشار از بالای سیال و از پایین

سیال قرار دارد و همچنین تحت تاثیر فشار از طرف اطراف سیال نیز می‌باشد. جهت بررسی فشار، مرکز ثقل جسم را

در نظر گرفته و فشارهای وارده به مرکز را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p.A$$

نیروی بالای سیال بر جسم ناشی از فشار سیال موجود در بالای جسم بر سطح δ_x و δ_z

می‌باشد در نتیجه جهت محاسبه نیرو داریم $(p + \frac{\Delta p}{\Delta y} \frac{\delta y}{2}) \delta_x \delta_z$. (در این فرمول p نیروی فشار، Δp برابری

تغییرات فشار (توجه شود که در اینجا Δ را رند می‌نامند که همان $\frac{dx}{dy}$ است) و Δy برابری تغییرات عمق می‌باشد).

دیگر فشار وارده از بالا بر مرکز جسم، فشار سطح جسم تا مرکز جسم است که مقدار آن از نظر عمقی به میزان $\frac{\delta y}{2}$ می‌باشد.

فشار دیگر قابل محاسبه $(p - \frac{\Delta p}{\Delta y} \frac{\delta y}{2}) \delta_x \delta_z$ میباشد که فشار سیال از پایین به جسم است.

اگر جسم را دو بعدی فرض کنیم شکل زیر پیکان فشار بر مرکز سطح خواهد بود.

یعنی اگر فشار را بر این سطح دو بعدی حساب کنیم فقط $(p \times \delta_x \delta_z)$ را خواهیم داشت.

روند محاسبه فشارهای وارده بر یک جسم سه بعدی در سیال بصورت زیر میباشد:

$$+ \uparrow \delta F_y = (p - \frac{\Delta p}{\Delta y} \frac{\delta y}{2}) \delta_x \delta_z - (p + \frac{\Delta p}{\Delta y} \frac{\delta y}{2}) \delta_x \delta_z - \gamma \delta_x \delta_y \delta_z$$

(توجه Δ علامت رند و γ علامت گاما و δ علامت دلتا است.)

$$\delta F_y = \frac{\Delta p}{\Delta y} \delta_x \delta_y \delta_z - \gamma \delta_x \delta_y \delta_z$$

حالا نیروی فشار را در جهت F_x و F_y نیز حساب میکنیم.

برای بررسی F_x باید توجه داشته باشیم در صورتی که اختلاقی فشار در جهت X وجود داشته باشد از چنانچه سیال بر جسم

خواهد بود لذا دو فشار $(p - \frac{\Delta p}{\Delta x}) \delta_y \delta_z$ و $(p + \frac{\Delta p}{\Delta x}) \delta_y \delta_z$ را خواهیم داشت در نتیجه

$$\delta F_x = -\frac{\Delta p}{\Delta x} \delta_x \delta_y \delta_z \text{ و در محور } Z \text{ نیز داریم } \delta F_z = -\frac{\Delta p}{\Delta z} \delta_x \delta_y \delta_z$$

حالا نیروهای بردار موثر را مرور میکنیم. $\delta F = i \delta F_x + j \delta F_y + k \delta F_z$

$$\delta F = -\left(i \frac{\Delta p}{\Delta x} + j \frac{\Delta p}{\Delta y} + k \frac{\Delta p}{\Delta z}\right) \delta_x \delta_y \delta_z - j \gamma \delta_x \delta_y \delta_z \rightarrow \delta v = \delta_x \delta_y \delta_z$$

پس از جاگذاری خواهیم داشت $\delta F = -\left(i \frac{\Delta p}{\Delta x} + j \frac{\Delta p}{\Delta y} + k \frac{\Delta p}{\Delta z}\right) \delta v - j \gamma \delta v$ حالا طرفین را به δv

$$\frac{\delta F}{\delta v} = -\left(i \frac{\Delta p}{\Delta x} + j \frac{\Delta p}{\Delta y} + k \frac{\Delta p}{\Delta z}\right) - j \gamma$$

حالا چون سیال را ثابت فرض کرده ایم لذا تغییرات فشار $k \frac{\Delta p}{\Delta z}$ ، $i \frac{\Delta p}{\Delta x}$ ، $-j \frac{\Delta p}{\Delta y} = j \gamma$ صفر خواهد شد لذا

حذف j از طرفین خواهیم داشت $\frac{\Delta p}{\Delta y} = -\gamma$ در نتیجه اگر از هر دو طرف انتگرال بگیریم فرمول $p = -\Delta y + c$ بدست می

آید.

در شرایط هیدرو استاتیک با تغییرات جهت از سطح مایع به پایین $y = -h$ است و در ضمن در چنین شرایطی (شرایط هیدرو

$$p = \gamma h \text{ استاتیک) } c=0 \text{ فرض میشود در نتیجه}$$

معنی فرمول اثبات شده فوق چیست؟ اگر ذره ای از سیال در اعماقی از سیال قرار گیرد وضعیت فشار (اولاً فقط متاثر از وزن

مخصوص سیال است و دوم اینکه متاثر از ارتفاع آبی است که در بالای ذره مورد نظر قرار گرفته است و هیچ فاکتور دیگری بر آن

اثر ندارد. برای مثال ذره ای را در یک لوله با قطر ۲ سانتیمتر و در نظر بگیرید و تصور کنید که این ذره در عمق h از سیال قرار

دارد. اگر این ذره در همان سیال و همان عمق h ، در ظرفی دیگر با قطر ۱۰۰ متر نیز قرار گیرد، فشار وارده از سیال بر ذره در هر

دو آزمایش یکسان است. اگر فشاری غیر از فشار آب وجود داشته باشد (برای مثال فشار اتمسفر) آنگاه از فرمول $p = p_0 + \gamma h$ استفاده میکنیم و اگر p_0 مساوی صفر باشد آنگاه فرمول محاسبه فشار بر ذره $p = \gamma h$ خواهد بود (توجه: چگالی نسبی چپوه ۱۳/۶ است. برای محاسبه γ (وزن مخصوص سیال) باید مقدار چگال نسبی چپوه را در ۹۸۰۶ ضرب نماییم یعنی γ چپوه برابر با ۱۳۳۳۶۱۰۶ پاسگال میباشد.)

سوال: قرار است یک آزمایشگاه دریایی در عمق ۱۰۰ متری ساخته شود. در صورتی که چگالی نسبی سیال ۱/۰۲ باشد فشار وارده بر سطح آزمایشگاه را محاسبه نمایید:

پاسخ: $\gamma = \rho g$ پس $\gamma = 1.02 \times 9806 = 10002.12 \text{ ps}$ و درنتیجه $p = \gamma h$ و $p = 10002.12 \times 100 = 1000212 \text{ ps}$

مثال: در یک نقطه اقیانوس که عمق آن ۴۵۰ متر است یک اقیانوس شناس مقدار داده‌ها را در $h_1 = 100 \text{ m}$ و $h_2 = 300 \text{ m}$ و $h_3 = 450 \text{ m}$ اندازه‌گیری کرد. مقدار چگالی مخصوص آب نمک در هر یک از لایه‌ها بترتیب (۱/۰ و ۱/۰۲ و ۱/۰۲۵) میباشد. مقادیر فشار را در سطح مشترک بین هر دو لایه بدست آورید. فرض شود فشار چو سطح اقیانوس برابر صفر باشد.

پاسخ: ابتدا حد دو لایه بین چو و سطح دریای بررسی میکنیم $p_0 = 0$ از آنجا که $p_1 = 0 + \gamma h$ سطح دریا صفر است لذا با قرار دادن صفر بجای h در فرمول فوق $p_1 = 0$ خواهد شد. $p_2 = 1.01$ و $p = 1.02$ میباشد (یعنی انتهای عمق ۱۰۰ متر)

$$p_2 = (1.01 \times 9806 \times 100) + p_1 = 990406 \text{ pa}$$

$$p_3 = (1.02 \times 9806 \times 200) + p_2 = 2990830 \text{ pa}$$

$$p_4 = (1.025 \times 9806 \times 150) + p_3 = 4498502.5 \text{ pa}$$

در صورتی که مقدار بدست آمده را بر هزار تقسیم کنیم، مقدار کیلو پاسگال بدست می‌آید در نتیجه مقدار فشار در عمق ۴۵۰ متر برابر ۴۴۹۸/۵ کیلو پاسگال میباشد.

مثال: سدی به ارتفاع ۱۰۰ متر موجود است در صورتی که ارتفاع آب پشت سد ۹۰ متر باشد منحنی توزیع فشار را ترسیم نمایید (سیال همگن است).

مثال: فشار هوا در فضای بالای سطح روغن با چگالی $s = 0.75$ موجود در یک مخزن برابر با ۱۱ کیلو پاسگال میباشد. فشار در ۲ متر زیر سطح روغن را بر حسب کیلو پاسگال بدست آورید.

$$S.g = 0.75 \quad P = P_0 + \gamma h \quad P = 115 + \frac{9806 * 0.75 * 2}{1000} = 129.709 \text{ kPa}$$

توجه: (۱) علت تقسیم کردن کسر بالا بر ۱۰۰۰ آن است که واحدهای مسئله را به کیلو پاسگال تبدیل کنیم و (۲) اگر از فشار نسبی (میعنواستند) P_0 را در نظر نمی‌گرفتیم.

آحاد و مقیاسهای اندازه‌گیری فشار:

در این بحث دو نوع فشار مورد بررسی قرار میگیرد

(۱) فشار مطلق (۲) فشار نسبی

فشار مطلق: فشاری است که میناء آن خلأ کامل است.

فشار نسبی: فشاری است که میناء آن فشار جو (اتمسفر) است و در بالای فشار مطلق قرار دارد.

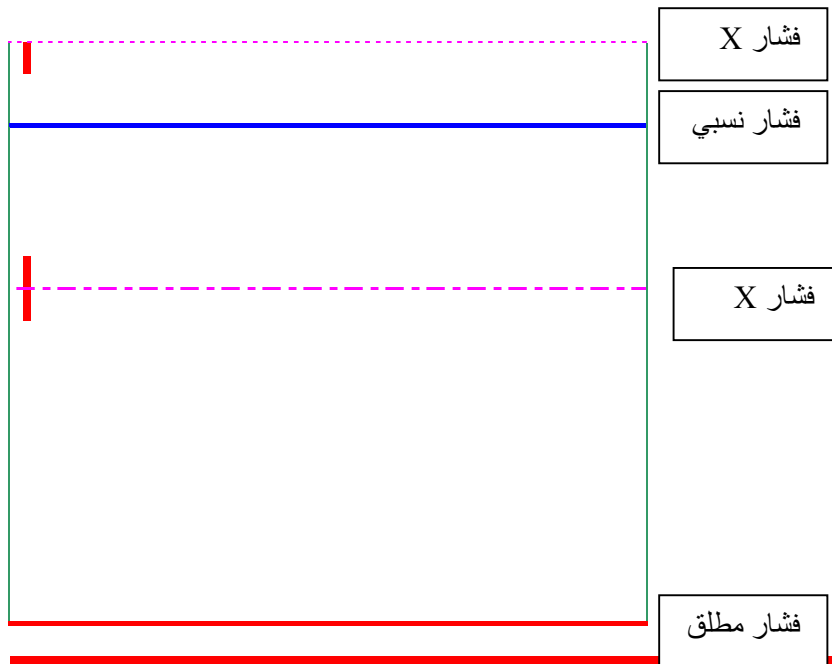
در کنار دریا فشار جو برابر ۷۶۰ Cm-Hg یا ۷۶۰ mm-Hg یا ۱۰/۳۴ m (یا ۴/۷ Psi) که برابر با پوند بر اینچ مربع $\frac{lb}{in^2}$ و یا

یک اتمسفر است.

فشار جو را میتوان بدینگونه توضیح داد که اگر یک لوله را در سیال قرار دهیم و برای مثال سیال نیز آب باشد، آنگاه این سیال به

ارتفاع ۱۰/۳۴ متر در لوله بالا میرود و اگر سیال چیهو باشد بمقدار ۰/۷۶ متر در لوله بالا میرود.

برای تفهیم تفاوت بین فشار مطلق و فشار نسبی به شکل زیر توجه کنید.



میناء فشار مطلق، صفر و در کف نمودار قرار دارد بدین معنی است که هر سیالی با هر فشاری در بالای فشار مطلق قرار میگیرد و حتماً فشار آن مثبت است. فشار نسبی نیز همانگونه که در نمودار بالا مشخص است بالاتر از فشار مطلق قرار دارد. وقت

میگوییم که فشار آب برابر با ۱۰/۳۴ متر است، برای نشان دادن آن در این نمودار، باید آن را بر روی خط آبی نمودار و بعنوان

فشار نسبی تصور نماییم. از شکل بالا مشخص است که فشار X نسبت به فشار مطلق نیز همیشه + است ولی فشار X نسبت به

فشار نسبی میتواند + و یا - باشد بدینگونه که اگر فشار X بیشتر از فشار نسبی باشد، به اندازه اختلاف بین دو فشار، فشار +

و در بالای خط فشار نسبی قرار دارد و اگر فشار X کمتر از فشار نسبی باشد، به اندازه اختلاف بین دو فشار، فشار - و در پایین

خط فشار نسبی قرار خواهد گرفت. برای مثال فشار ۶۰ Cm-Hg در خط فشار X پایینتر از فشار نسبی قرار میگیرد زیرا فشار

نسبی چیهو ۷۶ Cm-Hg است. اختلاف بین این دو فشار ۱۶ Cm-Hg میباشد در نتیجه مقدار این فشار نسبت به فشار نسبی

۱۶- Cm-Hg میباشد و نسبت به فشار مطلق ۶۰ Cm-Hg خواهد بود. مثالی دیگر اگر فشار ۸۰ Cm-Hg در خط فشار X بالاتر

از فشار نسبی قرار میگیرد زیرا فشار نسبی چیهو ۷۶ Cm-Hg است. اختلاف بین این دو فشار ۴ Cm-Hg میباشد در نتیجه

مقدار این فشار نسبت به فشار نسبی ۴+ Cm-Hg میباشد و نسبت به فشار مطلق ۸۰ Cm-Hg خواهد بود.

مثال: فشار اتمسفر منطقه ای ۷۲۰ mm-Hg می باشد فشار مطلق ۴۶۰ mm-Hg چه مقدار از فشار نسبی است؟
 پاسخ: در این مثال باید توجه داشته باشیم که حد نهایی فشار نسبی را (۷۲۰ mm-Hg معرفی کرده اند لذا: $۷۲۰ - ۲۶۰ = ۴۶۰$)

مثال: (الف) فشار معادل ۸۰ mm-H₂O را برحسب mm-Hg بدست آورید؛ (ب) همین مقدار آب برابر با چه ارتفاع سیالی مساوی ۲/۹۴ است؟

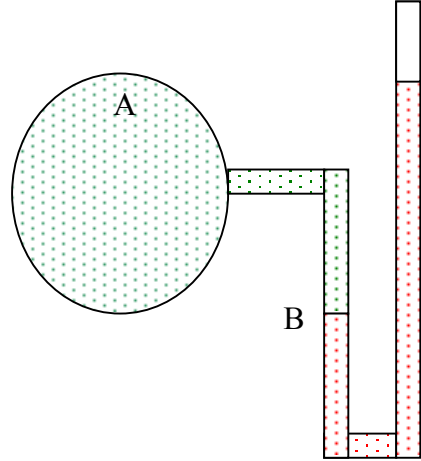
پاسخ الف: دو راه برای حل این مسئله وجود دارد ابتدا بهترین راه را طی میکنیم راه حل اول: فشار معادل یعنی برابر بودن دو فشار در نتیجه $P_1 = P_2$ یعنی $\gamma_{Hg} \times h_{Hg} = \gamma_{H_2O} \times h_{H_2O}$ و میدانییم که $\gamma_{Hg} = S_{Hg} \times \gamma_{H_2O}$ یعنی میتوان نوشت $S_{Hg} \times \gamma_{H_2O} \times h_{Hg} = \gamma_{H_2O} \times h_{H_2O}$. با حذف γ_{H_2O} در دو طرف تساوی خواهیم داشت $S_{Hg} \times h_{Hg} = h_{H_2O}$ میدانییم $S_{Hg} = 13.6$ و فشار داده شده برابر با ۸۰ mm-H₂O است. با توجه به فرمول بدست آمده، تنها قسمت مجهول آن h_{Hg} میباشد که با قرار دادن معلوم ها در فرمول، بدست می آید $h_{Hg} = \frac{80}{13.6} = 5.88$
 راه حل دوم: میدانییم که فشار آب برابر با ۱۰۳۴۰ میلی متر و فشار جیوه برابر با ۷۶۰ میلی متر است. با استفاده از یک تناسب میتوان فشار معادل ۸۰ mm-H₂O را بدست آورد.

فشار آب	فشار جیوه
۱۰۳۴۰	۷۶۰
۸۰	?

$$h_x = \frac{80}{2.94} = 27.2 \text{ m} \quad \text{پاسخ ب:} \quad \frac{80 * 760}{10340} = 5.88$$

مانومترها: وسایلی هستند که برای اندازه گیری اختلاف فشار بین دو نقطه و یا سطح سیال از آن استفاده میکنند و دو نوع

میباشند (۱) پیژومتر (۲) لوله های خمیده
 پیژومتر: برای اندازه گیری فشارهای کم مورد استفاده قرار میگیرد.
 لوله های خمیده: اگر یک لوله خمیده به یک مخزن متصل باشد و مخزن حاوی سیالی باشد، در اثر فشار سیال، تا یک ارتفاعی که بستگی به سیال دارد، سیال در لوله حرکت میکند. لوله های خمیده میتوانند فشار منفی خیلی کم را اندازه گیری نماید. اگر در این لوله های خمیده دو یا چند نوع سیال ریخته شود این دستگاه قادر است هم فشار مثبت و هم فشار منفی خیلی پال را اندازه گیری نماید.



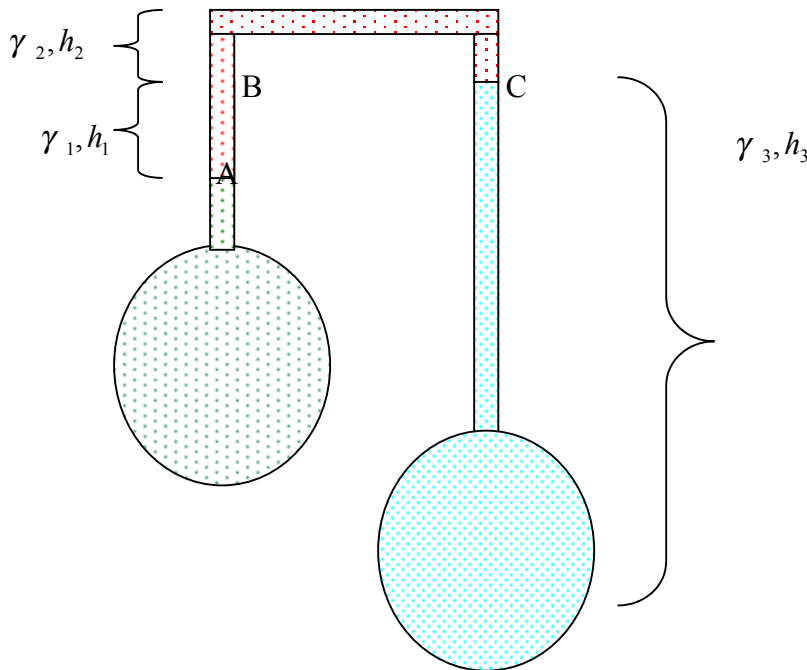
روش محاسبه فشار در مانومترها (تعیین اختلاف فشار):
 ۳ مرحله برای محاسبه فشار وجود دارد:

۱) از یک انتها شروع کرده و فشار آن نقطه را برحسب واحدمناسب بنویسید و اگر فشار در نقطه شروع مجهول باشد آن را برحسب علامت مناسب بنویسید.

۲) تغییرات فشار از یک سطح آزاد تا سطح بعدی را به قسمت اول (با در نظر داشتن واحدهای یکسان) اضافه نمایید. علامت آن اگر از سطح آزاد بعدی پایینتر باشد + و اگر بالاتر باشد - در نظر بگیرید.

۳) همانطور ادامه داده تا به انتهای مانومتر برسید و عبارت بدست آمده را مساوی فشار در آن نقطه که ممکن است معلوم و یا مجهول باشد قرار دهید.

به شکل زیر توجه نمایید، برای مثال از نقطه A شروع میکنیم. اگر فشار در نقطه A مشخص باشد می نویسیم ولی اگر مجهول باشد علامتی مناسب برای آن مشخص میکنیم مثلاً P_A (فشار نقطه A). در این شکل حرکت به سمت بالا است یعنی برای ادامه مسئله باید از علامت منفی استفاده نماییم. مقدار سیالی که در بالای نقطه A قرار دارد γ_1, h_1 میباشد یعنی تا اینجا خواهیم داشت $P_A - \gamma_1 h_1$ در صورت پیگیری همین روش به فرمول زیر میرسیم:



$$P_A - \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 = P_B$$

D

عمل مهم در بدست آوردن پاسخ آن است که سیالها را یکی کنیم و بهترین کار آن است که همه سیالها را به آب تبدیل کنیم.

$$(S_{Hg} \times \gamma_{H_2O} \times h_{Hg} = \gamma_{H_2O} \times h_{H_2O})$$

تمرین

۱- مطلوب است نیروی ثقل 3 کیلوگرم برحسب پاسکال، در معنی که $g=9.7 \text{ m/s}^2$ میباشد؛ $m=3 \text{ kg}$

$$F = mg \quad F = 3_{\text{kg}} * 9.7_{\text{m/s}^2} = 29.1 \frac{\text{kg}}{\text{m/s}^2} = 29.1 \text{ N}$$

۲- برای آب در شرایط 25°C و $g=9.75 \text{ m/s}^2$ نیروی ثقل واحد γ را تعیین کنید.

$$\gamma = \rho g \quad (\rho \text{ آب برابر با } \frac{Kg}{m^3} \text{ است})$$

$$\gamma = 1000 \frac{Kg}{m^3} * 9.75 \frac{m}{s^2} = 9750 \frac{Kg}{m^3} = \frac{Kgm}{m^3 s^2} = \frac{N}{m^3} \Rightarrow \gamma = 9750 \frac{N}{m^3}$$

۳- در روی سیاره ای که شتاب ثقل برابر با $3 \frac{m}{s^2}$ می باشد، نیروی ثقل وارد پرماده ای با $\rho = 800 \text{ Kg}/m^3$ و حجم 400 لیتر چقدر است؟

$$g = 3 \frac{m}{s^2} \quad \rho = 800 \text{ Kg}/m^3 \quad V = 400 \text{ lit} = 0.4 m^3 \quad F = mg$$

$$m = \rho V \quad m = 800 * 0.4 = 320 \text{ Kg} \Rightarrow F = 320 \text{ Kg} * 3 \frac{m}{s^2} = 960 \frac{kg}{m/s^2} = 960 \text{ N}$$

۴- صفحه ای به فاصله 5 میلی متر با سرعت $0.25 \frac{m}{s}$ نسبت به صفحه ثابتی در حرکت است فشار لازم برای ثابت نگه داشتن این سرعت برابر 2 پاسکال می باشد. لزجت سیال بین دو صفحه را بدست آورید.

$$F = \mu \frac{u A}{y} \Rightarrow \frac{F}{A} = \mu \frac{u}{y} \quad \frac{F}{A} = 2 \text{ pas} \rightarrow \mu = \frac{2 * 0.5 * 10^{-3}}{0.25} = \frac{1}{250} = 0.004 \text{ Kg}/ms$$

$$\frac{Kg}{ms} = pas = pois$$

۵- لزجت سیالی با چگالی نسبی 0.7 برابر با 0.6 pa.s است لزجت سینماتیکی این سیال را بدست آورید

$$\mu = 0.6 \text{ pa.s} \quad \rho = 0.7$$

$$S = \frac{\rho_x}{\rho_{H_2O}} \Rightarrow \rho_x = 0.7 * 1000 \Rightarrow \rho_x = 700 \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.6}{700} = 0.00086$$

۶- فشار داخل یک قطره کوچک به قطر 5 میلی متر در دمای $20^{\circ}C$ و فشار 101.3 کیلوپاسکال چقدر است؟

$$y = 0.05 \text{ mm} \quad p = 101.3 \text{ Kpa.s} \quad p = \frac{6}{2\gamma}$$

$$\Rightarrow 6 = 2p\gamma = 2 * 101.3 * 10^3 * 0.05 * 10^{-3} = 7.36 * 10^{-2} \text{ N}/m^2$$

۷- چگالی ماده ای 2900 کیلوگرم بر متر مکعب است مقادیر زیر را حساب کنید.

$$\rho = 2900 \text{ Kg}/m^3 \quad S = \frac{\rho_x}{\rho_{H_2O}} = \frac{2900}{1000} = 2.9$$

$$V = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{2900} = 0.00035 \text{ m}^3/\text{Kg}$$

$$\gamma = \rho g = 2900 \frac{Kg}{m^3} * 9.806 \frac{m}{s^2} = 28437 \frac{N}{m^3} \quad (\gamma \text{ یعنی واحد})$$

۸- اگر ضریب کشسانی حجمی آب $K=2.2 \text{ GPa}$ باشد، فشار مورد نیاز برای کاهش حجمی به میزان 5% چقدر می باشد؟

$$\frac{dV}{V} = -\frac{0.5}{100} = -0.005 \quad K = -\frac{dp}{dV/V} \Rightarrow 2.2 * 10^9 = \frac{-dp}{-0.005}$$

$$\Rightarrow dp = 1.1 * 10^7 \text{ Pa} = 11 \text{ MPa}$$

۹- در شکل صفحه قبل مایعات مخازن A و B آپ هستند مایع موجود در مانومتر، روغن

می باشد S روغن برابر 0.8 است.

$$h_1 = 300 \text{ mm} \quad h_2 = 200 \text{ mm} \quad h_3 = 600 \text{ mm}$$

الف) $P_A - P_B$ را بر حسب پاسکال پتویسید

ب) اگر $P_B = 50 \text{ Kpa}$ باشد و مانومتر 730 mm-Hg را نشان دهد فشار مطلق در نقطه A را بر حسب متر آب پیدا کنید.

حل مسئله

$$P_A - \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 + \gamma_1 h_3 = P_B \Rightarrow P_A - P_B = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_3$$

$$P_A - P_B = 9806 * 0.3 + 9806 * 0.8 * 0.2 - 9806 * 0.6 = 1372.84$$

پ: توجه / مقدار 730 mm-Hg در فرمول $p = \gamma h$ ، در h قرار میگیرد

$$P_A - P_B = 730_{\text{mm-Hg}} \Rightarrow P_A - 50 * 10^3 \text{ Pa} = \frac{730}{1000} * 13.6 * 9806 \Rightarrow P_A = 147354 \text{ Pa}$$

با توجه به محاسبه شدن P_A ، مقدار متر طول را بدست می آوریم

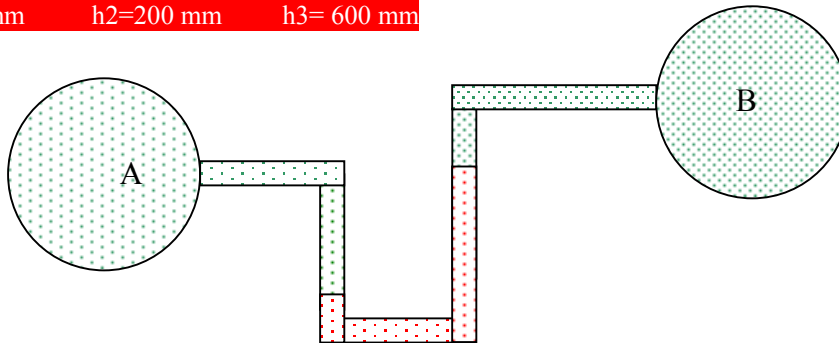
$$P_A = \gamma h \Rightarrow 147354 = 9806 * h \Rightarrow h = \frac{147354}{9806} = 15.02$$

۱- در شکل زیر اختلاف فشار را بین نقاط A و B بدست آورید و محاسبه نمایید که این اختلاف فشار چند متر آب است و برابر

چند متر جیوه است. مایعات مخازن A و B آب هستند و مایع موجود در مانومتر، روغن

می باشد S روغن برابر ۸۰ است.

$$h_1 = 300 \text{ mm} \quad h_2 = 200 \text{ mm} \quad h_3 = 600 \text{ mm}$$



حل مسئله

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_3 = P_B \quad P_A - P_B = -\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_1 h_3$$

$$P_A - P_B = -9806 * 0.3 + (9806 * 0.8) * 0.2 + 9806 * 0.6 = 4510.8 \text{ Pa}$$

$$P = \gamma h \Rightarrow 4510 = 9806 h \Rightarrow h = 0.46 \text{ متر آب}$$

$$P = \gamma h \Rightarrow 4510 = 9806 * 13.6 * h \Rightarrow h = 0.03 \text{ m متر جیوه}$$

راه دوم محاسبه متر جیوه:

$$\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2 \quad \gamma_2 = 13.6 * \gamma_1 \Rightarrow \gamma_1 * 0.46 = 13.6 * \gamma_1 * h \Rightarrow h = 0.03$$

کاربرد فشار سیال:

حالت قرار گرفتن یک جسم در سیال به ۳ شکل ممکن است:

(۱) حالتی که جسم در سیال عمود است

(۲) حالتی که جسم در سیال افقی است

(۳) حالتی که جسم در سیال مورب است

باید بررسی شود که مرکز فشار در حالتی مختلف در کجای جسم میباشد.

بطور کلی در همه حالتها باید تعادل بین گشتاورهای داخلی با گشتاورهای خارجی وجود داشته باشد یعنی گشتاور نیروهای
 بر آیند با گشتاور نیروهای گسترده برابر باشد.
 میدانییم که $F = PA$ و همان نیروی خارجی وارد بر جسم میباشد.

نیروهای ناشی از فشار را در حالت افقی بررسی میکنیم؛
 برای گشتاور نیروهای داخلی و خارجی داریم $P Ax' = \int x P dA$ ، چون مقدار P داخل انتگرال عددی ثابت است لذا از انتگرال
 خارج شده و با P طرف مساوی حذف میگردد در نتیجه داریم $Ax' = \int x dA \Rightarrow x' = \frac{1}{A} \int x dA = \bar{x}$
 (x' برابر با فاصله نیروی بر آیند از محور y ها می باشد.)

از نتیجه بدست آمده مشخص است که در حالت افقی فاصله نیروهای بر آیند برابر با فاصله مرکز ثقل تا محور y ها است به عبارت
 دیگر مرکز فشار در حالتی که صفحه به حالت افقی است، منطبق بر مرکز ثقل است.
 تعیین نیروی فشاری ناشی از سیال بر جسم در حالت مایل؛
 یک نوار (المان) از جسم را در نظر گرفته و نیروهای وارده بر آن را بررسی میکنیم.

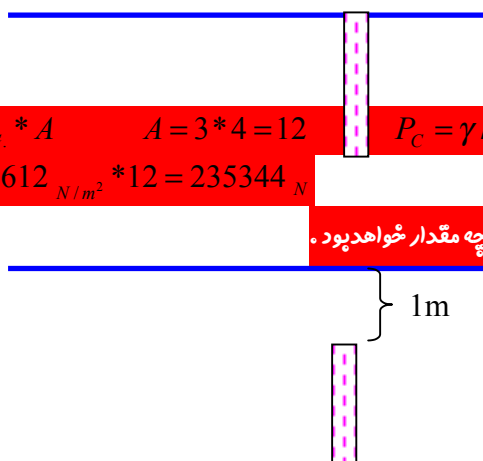
$$\delta F = P dA = \gamma h dA = \gamma y \sin \theta dA \quad \text{نیروی وارده بر این نوار چنین است.}$$

$$\int \delta E = \gamma h dA = \int \gamma y \sin \theta dA \quad \text{در حالت کلی مکان المان خواهیم داشت}$$

$$\Rightarrow F = \gamma \sin \theta \int y dA \quad \Rightarrow F = \gamma \sin \theta \bar{y} A = \gamma \bar{h} A \quad \{ \gamma h = P \} \mapsto Fh = P_G A$$

میتوان نتیجه گرفت که مقدار نیروی فشاری در سطح شیپ دار برابر با حاصل ضرب مقدار فشار در مرکز ثقل، در سطح مقطع است
 یعنی $Fh = P_G A$

مثال: الف) حساب کنید مقدار نیروی فشاری وارد بر دریچه مستطیلی شکلی با ارتفاع ۴ متر و عرض ۳ متر که بصورت شکل
 زیر در سیال قرار گرفته است. (توجه: P_C مرکز ثقل و P_G مرکز فشار میباشد.)



$$F = P_G \cdot A \quad A = 3 \cdot 4 = 12 \quad P_C = \gamma h \Rightarrow P_G = 9806 \cdot 2 = 19612 \text{ pa.s}$$

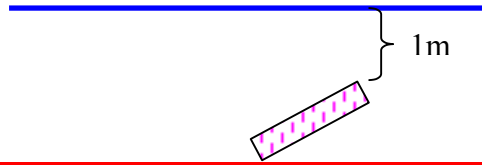
$$F = 19612 \frac{N}{m^2} \cdot 12 = 235344 \text{ N}$$

ب) در صورتی که جسم به صورت زیر در سیال قرار گیرد، نیروی چه مقدار خواهد بود.

$$F = P_G \cdot A \quad A = 3 \cdot 4 = 12 \quad P_C = \gamma h \Rightarrow P_G = 9806 \cdot 3 = 29418 \text{ pa.s}$$

$$F = 29418 \frac{N}{m^2} \cdot 12 = 353016 \text{ N}$$

ج) در صورتی که دریچه با زاویه ۳۰ درجه نسبت به سطح آب در عمق یک متری قرار گرفته باشد، مقدار نیرو را حساب کنید.



$$F = P_G * A \quad A = 3 * 4 = 12 \text{ m}^2 \quad P_G = \gamma \bar{h} \Rightarrow P_G = 9806 * (2 \sin 30^\circ) + 1 = 19612 \text{ pa.s}$$

$$Fh = P_G * A = 12 * 19612 = 235344 \text{ N}$$

(د) با توجه به نتیجه بدست آمده از قسمت الف، مرکز این نیرو را در همان شکل الف تعیین کنید.

جهت پاسخ به این سوال ابتدا باید چگونگی تعیین مرکز نیرو بر جسم را پیاموریم بدین منظور، مرکز فشار را در حالتی که جسم

در سیال مایل باشد بررسی میکنیم.

میدانیم که گشتاور نیروی خارجی برابر با گشتاور نیروی داخلی میباشد در نتیجه برای بدست آوردن x_p خواهیم داشت:

$$x_p * F = \int x_p dA \Rightarrow x_p = \frac{1}{F} \int x_p dA \Rightarrow x_p = \frac{1}{\gamma \bar{y} \sin \theta A} \int x \gamma y \sin \theta dA \Rightarrow$$

$$x_p = \frac{\gamma \sin \theta}{\gamma \bar{y} \sin \theta} \int x y dA \Rightarrow x_p = \frac{1}{\bar{y} A} \int x y dA \Rightarrow x_p = \frac{I_{xy}}{\bar{y} A} \rightarrow I_{xy} = \bar{x} \bar{y} A + I_G$$

$$\Rightarrow x_p = \frac{\bar{x} \bar{y} A + I_G}{\bar{y} A} \Rightarrow x_p = \bar{x} + \frac{I_G}{\bar{y} A}$$

همچنین برای بدست آوردن y_p نیز داریم:

$$y_p * F = \int y_p dA \Rightarrow y_p = \frac{1}{F} \int y_p dA \Rightarrow y_p = \frac{1}{\gamma \bar{y} \sin \theta A} \int y \gamma y \sin \theta dA \Rightarrow$$

$$y_p = \frac{\gamma \sin \theta}{\gamma \bar{y} \sin \theta} \int y^2 dA \Rightarrow y_p = \frac{1}{\bar{y} A} \int y^2 dA \Rightarrow y_p = \frac{I_x}{\bar{y} A} \rightarrow I_x = \bar{y}^2 A + I_G$$

$$\Rightarrow y_p = \frac{\bar{y}^2 A + I_G}{\bar{y} A} \Rightarrow y_p = \bar{y} + \frac{I_G}{\bar{y} A} \text{ or } y_p - \bar{y} = \frac{I_G}{\bar{y} A}$$

توجه شود که $\frac{I_G}{\bar{y} A}$ همواره مثبت است لذا \bar{y} نیز همیشه مثبت میباشد و این نکته بدان معنا است که y_p همواره بزرگتر از \bar{y}

است.

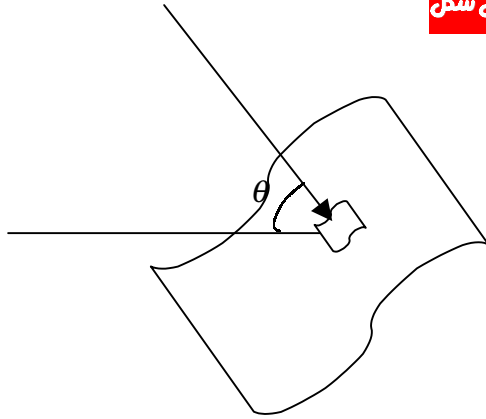
حالا با تکرار سوال قسمت (د) به پاسخ آن می پردازیم.

(د) با توجه به نتیجه بدست آمده از قسمت الف، مرکز این نیرو را در همان شکل الف تعیین کنید.

$$I_G = \frac{1}{12} 3 * 4^3 = 16 \quad x_p = \bar{x} + \frac{I_G}{\bar{y} A} \Rightarrow x_p = \bar{x} + \frac{I_G}{\bar{y} A}$$

$$\Rightarrow x_p = 1.5 + \frac{16}{24} = 2.16 \quad \text{و} \quad y_p = 2 + \frac{1}{2 * 12} * 3 * 4^3 = 2.67$$

محاسبه نیروی ناشی از فشار سیال بر روی صفحات منحنی شکل



نیروی که بر این سطح منحنی وارد میشود عمود بر صفحه است.

این شکل نماینگر اثر نیرو بر یک جسم باز است

الف: محاسبه نیروی افقی:

مقدار این نیرو از رابطه $F = PA \cos \theta$ قابل محاسبه است.

جهت محاسبه نیروی افقی بر یک جسم بسته نیز از روش زیر استفاده میکنیم.

$\theta_1 + \theta_2 = 180^\circ$ ، مقدار نیروی افقی وارد بر این جسم صفر است زیرا $\delta F_1 + \delta F_2$

$$P \delta A_1 \cos \theta_1 + P \delta A_2 \cos \theta_2 = 0$$

پس F_x در جسم باز برابر $PA \cos \theta$ و در جسم بسته برابر صفر است.

نکته: در جسمی که در داخل سیال به شکل منحنی است، نیروهای قریبه در جهت محور X همواره صفر است.

ب: محاسبه نیروی قائم:

در حالتی که صفحه صاف و یا منحنی باشد، نیروی وارده بر المان و یا سطح مورد نظر عمود است. نیرویی که بر یک سطح منحنی

وارد میشود برابر با وزن سیال بالای آن سطح آزاد سیال است. $\delta F_v = P \delta A \cos \theta$ یا $\delta F_v = \gamma h \delta A \cos \theta$

با انتگرال گیری از معادله فوق و با در نظر گرفتن اینکه حجم، حاصل ضرب ارتفاع در مساحت است، به این نتیجه خواهیم رسید

$$F_v = \gamma V$$

توجه: روی جسم منحنی که در سیال قرار دارد، چه تمام جسم را سیال فرا گرفته باشد و چه قسمتی از آن تحت پوشش سیال

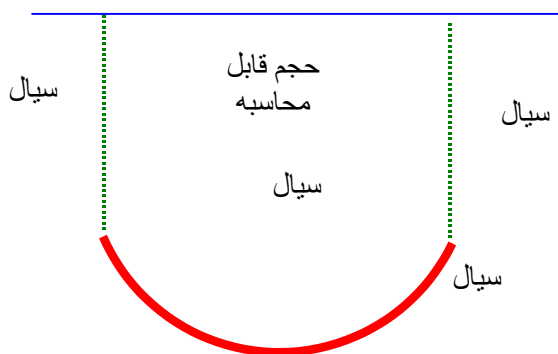
قرار گرفته باشد، در هر دو صورت باید تمام حجم سیال بالای جسم منحنی را تا سطح سیال محاسبه کنیم.

پس تمام حجم بالای

منحنی در نظر گرفته میشود و

در شکل پایین یک پار حجم سیال بالای

سطح منحنی BDC و پار دیگر حجم سیال

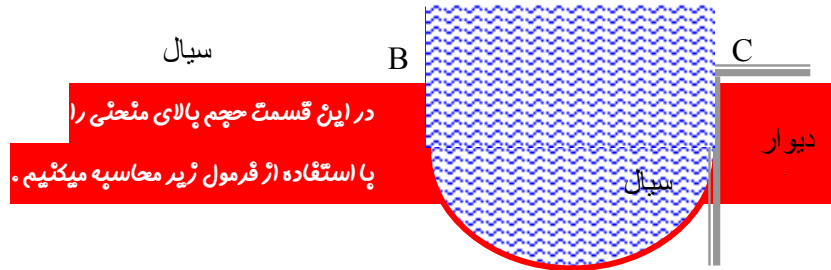


مثال: یک مانع استوانه ای شکل جلوی آب را مسدود کرده است و محل تماس بین استوانه با دیواره کاملاً صاف میباشد. به ازای

یک متر طول استوانه حساب کنید الف: وزن آن را و ب: نیروی وارده بر دیواره $I=2$

پاسخ الف: هدف محاسبه نیروی قائم است زیرا نیروی قائم همان وزن است.

با توجه به وضعیت جسم موجود در آب، باید جهت محاسبه نیروی قائم، جسم را در دو قسمت بررسی نمود.



$$F_{v1} = \left[\left(\frac{\pi r^2}{2} + 2r^2 \right) * 1 * \gamma \right] \Rightarrow F_{v1} = (2\pi + 8) * 1 * 9806 \quad F_{v1} = 140029.68 N$$

مقدار نیروی قائم که باید در قسمت منحنی BA محاسبه گردد نیز از رابطه

$$F_{v2} = \left[\left(\frac{\pi r^2}{4} + r^2 \right) * 1 * \gamma \right] \Rightarrow F_{v2} = (4 - \pi) * 1 * 9806 \quad F_{v2} = 8433.16 N$$

با جمع نیروهای بدست آمده، وزن سیال بالای آن سطح بدست می آید. (مربوط به قسمت دوم منحنی در زیر آمده است).

$$F_{v1} + F_{v2} = 140029.68 + 8433.16 = 148462.84 N$$

پاسخ قسمت ب: برای حل قسمت ب باید جسم را بر دیوار بصورت قائم فرض نمود و میدانییم که نیروهای وارده از طرف سیال بر منحنی CD با نیروهای وارده بر منحنی BD برابر بوده و در محاسبات در نظر گرفته نمیشود لذا با توجه به

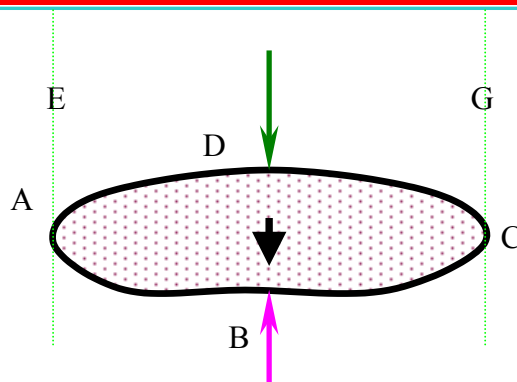
$$F_h = 9806 * 1 * (2 * 1) \Rightarrow F_h = 19612 N \quad \text{فرمول } F_h = P_G A = \gamma \bar{h} A \text{ خواهیم داشت}$$

نیروی شناوری:

نیروی برآیند وارد از طرف یک سیال ساکن بر جسمی که در داخل آن شناور باشد در نیروی شناوری گویند این نیرو از پایین به بالا اثر کرده و جهت آن نیز روبه بالا میباشد.

جسم موجود در سیال تحت ۳ نیرو قرار میگیرد. نیرو از طرف بالای سیال بر جسم، نیرو از طرف پایین سیال بر جسم و نیروی وزن سیال که همواره رو به پایین است. جسم ساکن در داخل سیال ناپاکی وجود تعادل در نیروها است و در صورتی که این نیروها برهم ریخته شوند جسم از حالت تعادل خارج میگردد.

نیروی که از طرف سیال به جسم وارد میشود معادل سیالی است که از سطح آزاد سیال بر کف جسم وارد میشود.



نیروی که از طرف سیال
به پایین جسم وارد میشود
بر منحنی ABC بوده و معادل
سیال درون ABCGEA
میباشد و نیرویی که از طرف سیال به

بالای جسم وارد میشود بر منحنی ADC

F

پوده و معادل سیال درون ADCGEA میباشند. اختلاف دو نیروی وارده از طرف سیال بر بالا و پایین جسم را نیروی شناوری

گویند. یعنی $F_{ABCGEA} - F_{ADCGEA} = W = \gamma V = F_B$.

کاربرد نیروی شناوری: از این خاصیت برای تعیین حجم و وزن اجسام شناور در سیال استفاده میشود. برای مشخص کردن

حجم و وزن جسمی که شکل هندسی منظمی ندارد، میبایست این جسم را در داخل دو سیال مختلف قرار داد. میدانییم که اختلاف

این دو سیال در γ آنها میباشند. جسم را در داخل سیال اول قرار میدهیم. این جسم تحت نیروی وزن خود به درون سیال فرو

میرود. نیروی F_B باعث هدایت جسم به سمت بالا میگردد در این صورت یک وزن جدید برای جسم شناور در سیال بوجود می

آید و آن را F_1 مینامیم. وزن جدید F_2 نیز پس از قرار دادن جسم در درون سیال دوم بدست خواهد آمد. در سیال اول

از این دو $F_1 + F_{1B} = W \Rightarrow F_1 + \gamma_1 V = W$ و در سیال دوم $F_2 + F_{2B} = W \Rightarrow F_2 + \gamma_2 V = W$.

رابطه خواهیم داشت $F_1 + \gamma_1 V = F_2 + \gamma_2 V \Rightarrow F_1 - F_2 = V(\gamma_2 - \gamma_1)$ نهایتاً با تقسیم نتیجه نیروها بر

نتیجه گامها، مقدار حجم بدست می آید $V = \frac{F_1 - F_2}{\gamma_2 - \gamma_1}$.

برای محاسبه وزن نیز خواهیم داشت $F_1 + \gamma_1 \left(\frac{F_1 - F_2}{\gamma_2 - \gamma_1} \right) = W \Rightarrow W = \frac{F_1 \gamma_2 - F_2 \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1}$.

در نتیجه با فرمول $V = \frac{F_1 - F_2}{\gamma_2 - \gamma_1}$ حجم جسم و با فرمول $W = \frac{F_1 \gamma_2 - F_2 \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1}$ وزن جسم بدست می آید.

مثال: یک سنگ معدنی در هوا ۱/۵ نیوتن وزن دارد در صورتی که این سنگ به زیر آب فرو برده شود وزن آن به ۱/۱ نیوتن کاهش

می یابد. حجم و چگالی آن را حساب کنید.

$$F_1 + \gamma V = W \Rightarrow 1.1 + 9806 V = 1.5 \Rightarrow V = 40.8 \text{ cm}^3$$

$$S = \frac{W}{\gamma V} = \frac{1.5}{9806 * (40.8 * 10^{-6})} = 3.75 \text{ (علت ضرب شدن ۴۰/۸ در ۱۰^{-۶} جهت تبدیل cm³ به m³ است)}$$

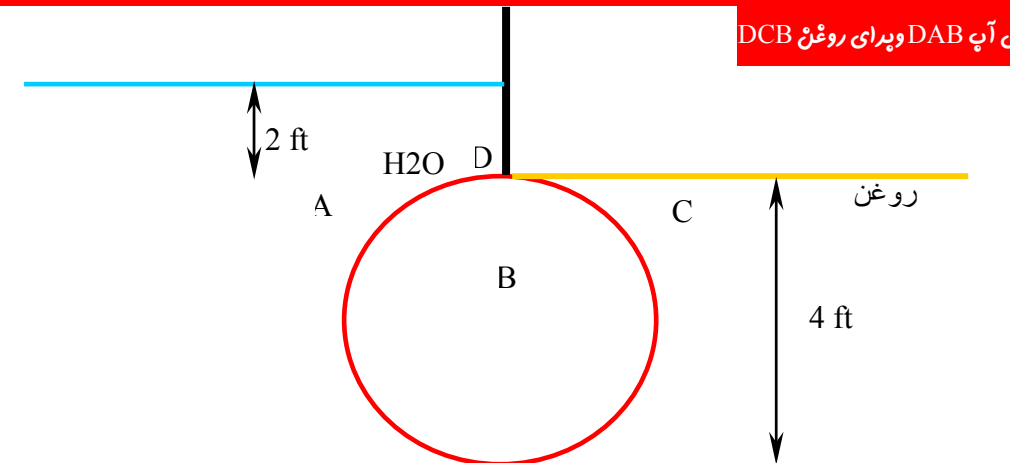
مثال: در شکل زیر استوانه ای به قطر ۴ ft و طول ۴ ft تحت تاثیر آب و روغن واقع شده است.

الف) نیروی قائم در نقطه B را در صورتی که وزن استوانه ۴۰۰۰ پوند باشد را محاسبه نمایید. ب) نیروی افقی از طرف آب و

روغن را که بر جسم وارد میشود محاسبه نموده در صورتی که ارتفاع روغن یک فوت کاهش یابد. چگالی نسبی روغن ۰/۸ می

باشد. الف) چون دو سیال وجود دارد لذا استوانه را نصف تصور کرده و هر نیمه از استوانه را با سیال مرتبط خود حساب میکنیم.

برای آب DAB و برای روغن DCB



$$F_B = \gamma V = \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2 \Rightarrow F_B = 62.4 * \left(\frac{\pi r^2}{2} * 4 \right) + (62.4 * 0.8) * \left(\frac{\pi r^2}{2} * 4 \right)$$

$$\Rightarrow F_B = 2820 lb \quad \Rightarrow \Delta F = 4000 - 2820 = 1180 lb \quad \text{نیروی قائم بر نقطه B}$$

پ: به این جسم از طرف آب F_{h1} و از طرف روغن F_{h2} وارد میگردد

$$F_{h1} = P_G A = \gamma \bar{h} A \Rightarrow F_{h1} = 62.4 * 4 * (4 * 4) = 3993 lb$$

$$F_{h2} = (62.4 * 0.8) * 1.5 * (3 * 4) = 899 lb \quad \Rightarrow F_h = 3993 - 899 = 3094 \text{ نیروی افقی}$$

توجه: (۱) برای محاسبه نیروی افقی می بایست اندازه تصویر شده جسم بر صفحه فرضی واقع در جهت نیرو (نیروی افقی) در نظر بگیریم. در اجسام استوانه ای این اندازه تصویر شده، همان قطر استوانه میباشد.

(۲) در این مثال از آنجا که ارتفاع روغن یک ft کمتر از مرحله الف است لذا \bar{h} آن که نصف ارتفاع قائم جسم میباشد، ۵/۸ کشته و برای محاسبه حجم نیوز ارتفاع روغن ۳ ft محاسبه میگردد.

پایداری اجسام غوطه ور و شناور:

حالتهای شناور در اجسام ۳ حالت دارد

(۱) پایدار (۲) ناپایدار (۳) خنثی

در حالت یک اگر نیرویی به جسم شناور وارد شود، پس از چند حرکت پاندولی مجدداً به حالت تعادل برمیگردد.

در حالت دو در صورت وارد شدن نیرو، جسم جهت رسیدن به تعادل واژگون میشود

در حالت ۳، تأثیر وارد شدن نیرو، چرخش در جای جسم میباشد.

تعادل نسبی سیالات:

تا کنون تعادل را در شرایطی بررسی میکردیم که جسم تحت تأثیر نیروی وزن خود قرار میگرفت.

در بررسی تعادل نسبی سیالات، تأثیر ظرفی که سیال در آن قرار گرفته است نیز مورد بررسی قرار داده میشود.

ابتدا سیال موجود در ظرف را در شرایطی بررسی میکنیم که تحت تأثیر حرکت دورانی قرار گیرد.

در این حالت ظرف حاوی سیال را به دور خود دوران میدهیم. مشاهده میشود که با تغییر سرعت چرخش، سطح سیال نیز

تغییر میکند و نهایتاً به جایی میرسد که با افزایش بیشتر چرخش، تغییر دیگری در سطح سیال دیده نمیشود.

یک المان از سیال را در نظر گرفته و وضعیت زاویه سطح سیال را نسبت به محور x ها بدست می آوریم.

این ذره تحت تأثیر دو نیرو قرار گرفته است: (۱) نیروی گریز از مرکز ($\omega^2 r$) و (۲) نیروی وزن (g). (سرعت دوران میباشد)

نیاز است که معادله سطح تعادل آب را پس از دوران بدست آوریم.

$$\text{با انتگرال گیری از نتیجه بدست آمده به معادله مورد نیاز خواهیم رسید} \quad \text{tag } \alpha = \frac{dz}{dr} = \frac{\omega^2 r}{g} \Rightarrow dz = \frac{\omega^2 r}{g} dr$$

$$(c \text{ مساوی } h \text{ و } H \text{ مساوی } Z \text{ قرار داده ایم}) \quad Z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + h$$

جهت یافتن ارتباط بین ارتفاع های مد نظر از راه ذیل استفاده کنیم. $Ah + \frac{1}{2}A(H-h) = Ah_0$ با حذف مساحت ها از

$$\frac{1}{2}h + \frac{1}{2}H = h_0 \Rightarrow h + H = 2h_0$$

این معادله خواهیم داشت

مثال: یک ظرف استوانه ای به ارتفاع ۸ ft و شعاع ۲ ft تا عمق ۶ ft از مایع پر شده است. سرعت دوران را طوری تعیین کنید که مایع تا بالاترین نقطه ظرف بالا برود.

$$H = 8 \text{ ft} \quad \text{و} \quad r = 2 \text{ ft} \quad \text{و} \quad h_0 = 6 \text{ ft} \quad \omega = ? \quad h + H = 2h_0$$

$$h = 2h_0 - H \Rightarrow h = 2 * 6 - 8 = 4 \text{ ft} \Rightarrow h = 4 \text{ ft}$$

$$Z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + h \Rightarrow 8 = \frac{\omega^2 (2)^2}{2 * 32.2} + 4 \Rightarrow \omega = 8.03 \text{ rad / s}$$

سینماتیک حرکت سیالات: (مفاهیم جریان سیال و معادلات پیادای حجم کنترل)

معادله نیروی سیال در حال حرکت $F=f(x,y,z,t)$ میباشد و از آنجا که پارامتر زمان نیز در این معادله وجود دارد، محاسبه آن تا حدودی با موانع و مشکلات همراه خواهد بود. لذا برای محاسبه معادله حرکت میبایست از سیستم حجم کنترل (استفاده نمود. برای رسیدن به این منظور باید با برخی از اصطلاحات آشنا شویم

جرم و حجم مشخصه: بخش از سیال را بطور فرضی جدا نموده و حرکت آن را مطالعه میکنیم. اگر بخش جدا شده شامل جرم باشد به آن جرم مشخصه و اگر بخش جدا شده مشمول حجم گردد به آن حجم مشخصه میگویند.

دیگرام آزاد: در نظر گرفتن قسمت کوچکی از جسم مورد نظر و بررسی نیروهای وارده بر آن که نماینگر نیروهای وارده بر کل جسم و عکس العمل آن میباشد.

سیستم: عبارتست از جرم مشخصی از ماده که قابل تشخیص از دیگر مواد باشد. سیستم دارای سطحی بسته است و دارای مرز بوده و مرز سیستم با خط چین نمایش داده میشود. محیط: مواد خارج از سیستم را محیط میگویند.

ارتباط بین معادلات سیستم و معادلات حجم کنترل:

علامت N مشخصه مقدار کل خواص میباشد (این مشخصه میتواند جرم و یا انرژی و یا اندازه حرکت باشد).

علامت η یا نام اتا مقدار خواص در واحد جرم میباشد.

علامت حجم کنترل C.V. و علامت سطح کنترل S.V. میباشد.

در قانون بقای جرم داریم $\frac{dm}{dt} = 0$ همچنین میدانییم $F=m.a$ و برای پرآیند نیروها خواهیم داشت

$$\sum F = \frac{d}{dt}(mv) = 0$$

هدف ما بدست آوردن تفاوت مقدار میباشد که از رابطه زیر بدست می آید:

مقدار اولیه - مقدار ثانویه = تفاوت مقدار

مقدار اولیه $N_{sys(t)}$ و مقدار ثانویه $N_{sys(t+\delta t)}$ است.

$$N_{sys(t+\delta t)} - N_{sys(t)} = \left(\int_{II} \eta \rho dv + \int_{III} \eta \rho dv \right)_{t+\delta t} - \left(\int_{II} \eta \rho dv \right)_t$$

حال برای رسیدن به نتیجه مطلوب، به معادله فوق مقدار $\int \eta \rho dv$ اضافه نموده و مجدداً کم می‌کنیم و کل معادله جدید را بر δt

تقسیم می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت

$$\frac{N_{sys(t+\delta t)} - N_{sys(t)}}{\delta t} = \frac{\left(\int_{II} \eta \rho dv + \int_{III} \eta \rho dv \right)_{t+\delta t} - \left(\int_{II} \eta \rho dv \right)_t}{\delta t} +$$

$$\frac{\left(\int_{I} \eta \rho dv \right)_{t+\delta t} - \left(\int_{I} \eta \rho dv \right)_t}{\delta t}$$

قسمت سمت چپ معادله فوق $\left(\frac{N_{sys(t+\delta t)} - N_{sys(t)}}{\delta t} \right)$ مقدار افزایش به داخل سیستم می‌باشد و اگر δt به سمت صفر میل

کند خواهیم داشت:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\left(\int_{II} \eta \rho dv + \int_{I} \eta \rho dv \right)_{t+\delta t} - \left(\int_{II} \eta \rho dv \right)_t}{\delta t} + \frac{\left(\int_{III} \eta \rho dv \right)_{t+\delta t}}{\delta t} - \frac{\left(\int_{I} \eta \rho dv \right)_{t+\delta t}}{\delta t}$$

در معادله فوق قسمت چپ علامت + یعنی $\frac{\left(\int_{II} \eta \rho dv + \int_{I} \eta \rho dv \right)_{t+\delta t} - \left(\int_{II} \eta \rho dv \right)_t}{\delta t}$ تغییرات N در داخل حجم

کنترل می‌باشد و قسمت سمت راست علامت + نشان دهنده تغییرات در سطح است. با ساده کردن معادله فوق به معادله اولر

خواهیم رسید که چنین می‌باشد:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\delta}{\delta t} \int_{c.v} \eta \rho dv + \int_{c.s} \eta \rho V dv$$

(سرعت و V حجم می‌باشد).

معادله اولر بیان می‌کند که میزان افزایش N در سیستم دقیقاً برابر مجموع میزان افزایش خاصیت N در حجم کنترل و میزان

خالص جریان N از مرزهای حجم کنترل است.

معادله پیوستگی جریان:

چون می‌خواهیم بقای جرم را بنویسیم لذا $N=m$ خواهد بود و از آنجا که $\eta = \frac{m}{m} \Rightarrow \eta = 1$ با قرار دادن $\eta = 1$ در

$$\frac{\delta}{\delta t} \int_{c.v} 1 \rho dv + \int_{c.s} 1 \rho V dA = 0$$

فرمول اولر خواهیم داشت

فرض می‌کنیم در لوله ترسیم شده در زیر جریان یکنواختی وارد شده است و هیچ سیال دیگری وارد لوله از خارج از سیستم

$$\int_{c.s} 1 \rho V dA = 0 \Rightarrow \frac{\delta}{\delta t} \int_{c.v} 1 \rho dv = 0$$

در نتیجه خواهیم داشت

$$\Rightarrow \int -\rho V_1 dA_1 + \rho V_2 dA_2 = 0 \Rightarrow \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \Rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

اگر لوله انشعاب داشته باشد

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$-A_1 V_1 - A_2 V_2 + A_3 V_3 = 0$$

$$A_1 V_1 + A_2 V_2 = A_3 V_3$$

$$-Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

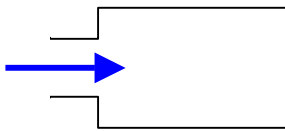
مثال: در لوله ای که مطابق شکل زیر از دو قسمت به قطرهای ۵ و ۱۰ cm تشکیل شده است آب جریان دارد. اگر سرعت آب در

قسمت اول برابر ۲ m/s باشد شدت جریان و سرعت را در قسمت دوم لوله محاسبه نمایید.

$$2 * \pi (0.025)^2 = V_2 * \pi (0.05)^2 \text{ در نتیجه } A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$Q_2 = A_2 * V_2 \text{ و برای شدت جریان داریم } V_2 = 0.5$$

$$\Rightarrow Q_2 = (\pi r^2) * 0.5 = 3.93 * 10^{-3} \text{ Lit / s}$$



استخراج معادله انداز حرکت:

در اینجا $N = m \cdot V$ است لذا داریم $\eta = \frac{N}{m} = \frac{m \cdot V}{m} = V$. با جایگذاری معادل η در فرمول مولر خواهیم داشت:

$$\sum F = \frac{d(m \cdot v)}{dt} = \frac{\delta}{\delta t} \int_{c.v} \rho V dv + \int_{c.s} \rho V v dA = 0$$

$$\sum F = -\rho V_1 Q + \rho V_2 Q \text{ است در نتیجه } \frac{\delta}{\delta t} \int_{c.v} \rho V dv = 0$$

معادله پرنولی:

$$(P + dP)dA$$

$$F_1 = W = \gamma dA ds$$

$$F_1 = W \sin \alpha = \gamma dA ds \sin \alpha$$

$$F_1 = \rho g dA ds \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{dz}{ds} \Rightarrow F_1 = \rho g dA ds \frac{dz}{ds}$$

$$\Rightarrow F_1 = \rho g dA dz$$

و برای پرآیند نیروهای وارده از دو طرف سیستم داریم $F_2 = P dA - (P + dP)dA \Rightarrow F_2 = -dP dA$

میدانیم که $m = \rho dv = \rho ds dA$ و $\sum F = ma \Rightarrow F_2 - F_1 = ma$ در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Rightarrow -dP dA - \rho g dA dz = \rho ds dA a \Rightarrow \rho g dz + dP + \rho ds a = 0$$

همچنین میدانیم $V = \frac{ds}{dt}$ یا $a = V \frac{dV}{ds}$. حالاً نتیجه را در

$\rho g dz + dP + \rho V dV = 0$ جایگذاری میکنیم لذا

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{V}{g} dV = 0 \text{ طرفین را بر } \gamma \text{ تقسیم میکنیم}$$

از معادله بدست آمده انتگرال میگیریم $\Rightarrow Z_2 - Z_1 + \frac{P_2}{\gamma} - \frac{P_1}{\gamma} + \frac{1}{2g}(V_2^2 - V_1^2) = 0$

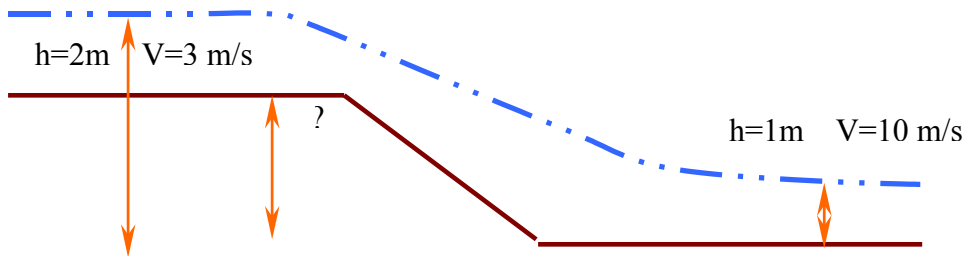
پس معادله نویسی، معادله برنولی بوجود می آید $Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$ Z ارتفاع نقطه یا ارتفاع

تظیر انرژی پتانسیل و $\frac{P_1}{\gamma}$ ارتفاع تظیر فشار و $\frac{V_1^2}{2g}$ ارتفاع تظیر سرعت است و مجموع $Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}$ را ارتفاع کل

گویند. مفهوم کلی این معادله آن است که مجموع انرژی دو طرف معادله با یکدیگر برابرند یعنی $H_1 = H_2$. اگر در نظر داشته

باشیم که افت انرژی را نیز در معادله برنولی بکنجانبیم خواهیم داشت $Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + hf$

مثال: آب در درون کانال پازی به عمق ۲ متر و سرعت ۳ متر بر ثانیه جریان دارد. این آب به درون کانالی وارد میشود که عمق آن یک متر و سرعت آن ۱۰ متر بر ثانیه میباشد. جریان را بدون اصطلاح فرض نموده ایم. اختلاف ارتفاع کف کانالها را پیدا کنید.



هدف پیدا کردن $Z_1 - Z_2$ است لذا معادله را بدین صورت مرتب میکنیم: $Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$

اگر بجای P مقدار آن یعنی γh را قرار دهیم، مقادیر γ در صورت و مخرج کسر $Z_1 - Z_2 = -\frac{P_1}{\gamma} - \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$

$$Z_1 - Z_2 = \frac{10^2}{2 * 9.81} + 1 - 2 - \frac{3^2}{2 * 9.81} = 3.64 \text{ m}$$

حذف گشته و خواهیم داشت.

در صورتی که تمایل دارید تا مطالب علمیتان در این سایت قرارگیرد با مدیریت سایت تماس بگیرید

موفق باشید

فرزین نجفی پور